



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI ȘI  
CERCETĂRII



## Olimpiada Națională de Matematică

### Etapa Locală

#### Clasa a X-a

7 februarie 2026

#### Subiectul 1

(25 de puncte)

Fie  $a, b, c \in (1, \infty)$  lungimile laturilor unui triunghi  $ABC$ .

- a) Arătați că triunghiul  $ABC$  este dreptunghic dacă și numai dacă  
$$\log_{a+b} c + \log_{a-b} c = 2 \cdot \log_{a+b} c \cdot \log_{a-b} c.$$
- b) Arătați că triunghiul  $ABC$  este echilateral dacă și numai dacă  
$$(1 + \log_a b)(1 + \log_b c)(1 + \log_c a) = 8.$$

#### Subiectul 2

(25 de puncte)

Fie numerele  $x = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$  și  $y = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} - \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$ .

- a) Arătați că  $x$  este număr natural.
- b) Arătați că  $y = 2\sqrt{2}$ .

#### Subiectul 3

(20 de puncte)

Determinați funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  cu proprietatea că

$$f(f(x) + 3y) = 12x + f(f(y) - x), \text{ pentru orice } x, y \in \mathbb{R}.$$

*Gazeta Matematică nr.4/2022*

#### Subiectul 4

(20 de puncte)

Fie  $a, b, c \in \mathbb{C}^*$  cu același modul și  $x, y \in \mathbb{C}$  cu  $|x| = |y| = 1$ . Arătați că dacă

$$ax + \frac{1}{by} = bx + \frac{1}{cy} = cx + \frac{1}{ay}$$

atunci  $a = b = c$ .

*Gazeta Matematică nr.6-7-8/2025*

**Notă.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru: 3 ore.